

## 雲マイクロ粒子の乱流混合輸送

学籍番号 23413530 氏名 是石 拓也

指導教員名 後藤 俊幸

## 1 はじめに

雲は気候・大気予測において重要であるため、雲の発生や成長・消滅過程の解明は大きな課題である。しかしながら、実験や観測上の様々な制限から雲に関する実験・数値データは十分ではなく、雲の生成や成長、消滅といった雲物理の基本的解明がほとんどできていない。また、スカラー輸送 DNS の代表的手法であるスペクトル法は高い計算精度を持つ一方、FFT で多数のノード間で大規模な通信を行わねばならず、大規模並列計算ではその実行性能が大きく制限される。本研究では、乱流と雲粒子に関する大規模数値解析のために、速度場の計算をスペクトル法を用いて行う一方で、方程式が空間的に局所的であるスカラー場の計算には結合コンパクト差分 (Combined Compact Difference: CCD) スキームによる高精度差分法を用いるというハイブリッドシミュレーションに粒子追跡部分を加えた並列プログラムコードを開発し、その有効性の検証を行った。また、雲粒子分布に関する小規模な解析も行った。

## 2 基礎方程式

本研究では地上温度 11°C、高度 1500m に存在する雲を温度、浮力、水蒸気混合比などの基本的な物理過程を考慮して数値解析を行う。乱流場は一様等方を仮定し、以下の方程式を考える。乱流場、温度場、水蒸気混合比は Euler 的に、粒子は Lagrange 的に方程式を解いていく。

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho_a} \nabla p + \nu_a \nabla^2 \mathbf{u} + B \mathbf{e}_z + \mathbf{f},$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0,$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \theta = \kappa_\theta \nabla^2 \theta + \frac{L_v}{c_p} C_d,$$

$$\frac{\partial q_v}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla q_v = \kappa_v \nabla^2 q_v - C_d,$$

$$B = g \left( \frac{\theta - \theta_0}{\theta_0} + \varepsilon (q_v - q_{v0}) - q_l \right)$$

$$\frac{dX_j}{dt} = V_j, \quad \frac{dV_j}{dt} = \frac{1}{\tau_p} \{u(X_j(t), t) - V_j(t) - \tau_p g\},$$

$$r(X_j, t) \frac{dr(X_j, t)}{dt} = KS(X_j, t),$$

$$S = \frac{q_v}{q_{vs}(\theta_0)} - 1.$$

計算領域を 1 辺 25.6cm の立方体とし、3 軸方向に周期境界条件を課した。

## 3 数値計算法

これまで乱流と雲粒子に関する解析においては、乱流場とスカラー場すべてについてスペクトル法を用いて計算を行ってきた[1]。しかし、多数のノードにまたがる計算では 3 次元 FFT の効率が低下することが避けられない。非圧縮速度場の計算では圧力に対するポアソン方程式を解かねばならないため、いずれにせよ FFT と同程度の計算量が必要となるので、速度場についてはスペクトル法を用いることが妥当と考えられる。一方、スカラー場の方程式は局所的であるため、空間微分が高精度でありさえすればよい。そこで、本研究では乱流スカラー輸送方程式の数値計算において非圧縮速度場にはスペクトル法を用い、スカラー場には CCD スキームによる高精度差分法を用いるハイブリッドシミュレーションを行った。また、時間発展には 4 次の Runge-Kutta-Gill 法を用い、雲粒子に関する方程式に関しては、実数空間において時間積分した。

## 4 ハイブリッドシミュレーション

格子数 512<sup>3</sup> の計算でスペクトル法及びハイブリッド法で一様等方減衰乱流の DNS を実行し計算時間及び計算結果を比較した。ハイブリッド法では計算時間をスペクトル法の 83% 程度に減少させることができた。次に水蒸気混合比  $q_v$  のスカラー分散スペクトルの時間推移を図 1 に示す。スペクトル法とハイブリッド法のスペクトルが綺麗に一致している。その他、 $q_v$  に関する統計量を比較してもほぼ一致してい

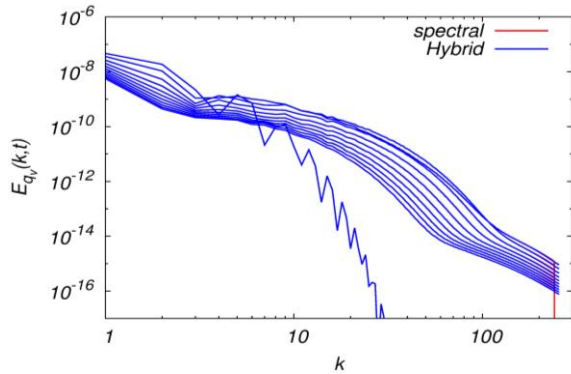


図1:  $q_v$  のスカラー分散スペクトルの時間推移

た。また、温度場  $\theta$  においても同様の結果が得られた。この結果はGotoh et al. [2] の結果とも一致している。

### 5 雲粒子と乱流の相互作用

雲粒子同士の衝突は一般的に雲粒子が多く分布するところで起きやすい。そのため雲中の乱流によって雲粒子の分布がどのように変化するのが重要である。  $n$  を雲粒子密度とすると  $n$  の方程式は、

$$\frac{Dn}{Dt} = -n \frac{\partial V_j}{\partial x_j}$$

で与えられる。そして  $\tau_p$  が小さいとき、雲粒子速度の発散は、

$$\frac{\partial V_j}{\partial x_j} = -\tau_p \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{\tau_p}{\rho_0} \Delta p$$

となる。つまり、  $\Delta p$  が負となるとときに雲粒子は局所的に集合し、より高い雲粒子の衝突率につながると考えられる。そこで、  $\Delta p$  のラグランジュ時間相関を調べた。相関関数を、

$$\phi(t,s) = \frac{1}{N_p} \sum_p \Delta p(t) \Delta p(s), \quad t \geq s$$

と定義し計算を行った。  $N_p$  は粒子の個数、  $s$  は時間相関をとり始めた時刻である。図2に初期の  $R_\lambda$  を変えた時の  $\phi$  の計算結果を示す。粒子が乱流によって領域内に一様に分布していくので、しだいに0に近づく。  $R_\lambda$  が非常に小さいときを除き、時間相関の曲線はほぼ一致している。このことから、  $\phi$  の特性時間はコルモゴロフ時間によりスケールされると考えられる。図3に  $St$  数の違いによる粒子分布変化を示す。  $St$  数が大きくなると、分布が非一様になることがわかる。

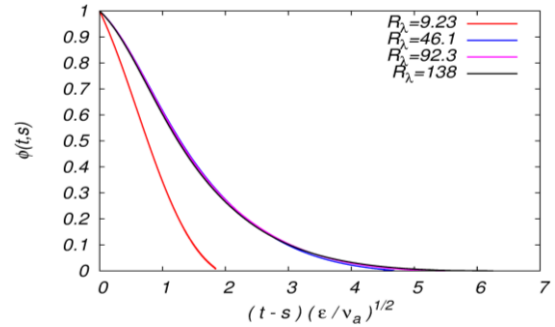
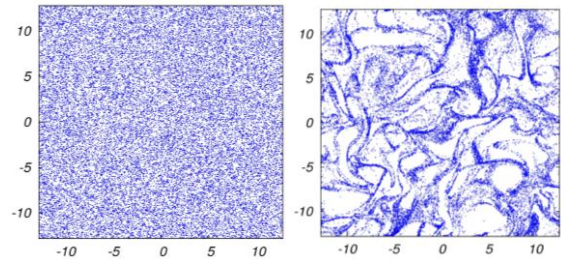


図2:  $\phi$  の時間発展



(a)  $St = 5.97 \times 10^{-2}$

(b)  $St = 5.97$

図3:  $St$  数の違いによる粒子分布の変化 ( $t=5.0s$ )

### 6 まとめ

本研究では乱流-雲粒子系のDNSに対する新たな手法として、ハイブリッドシミュレーションを試みた。それにより、計算時間を格子数  $512^3$  でスペクトル法に比べて約17%程度を減少させることができた。計算精度の検証では、格子数  $N = 512^3$  の計算においては、スペクトル法と8次精度CCDスキームはほぼ同等のシミュレーションが行える事が確認できた。今回行った粒子分布に関する計算では、  $R_\lambda$  が非常に小さいときを除き  $\phi$  の特性時間がコルモゴロフ時間によりスケールされるという結果を得た。また、ストークス数の値が大きくなるにつれて、粒子の分布が徐々に非一様になる様子を確認できた。今後、雲粒子同士の衝突をモデル化し加えることで、雲の生成から成長そして、雨の生成といった雲物理の基本的解明につながるであろう。

### 7 参考文献

- [1] 鈴木 祐有紀, 渡邊 威, 後藤 俊幸 「乱流中における雲粒子の運動」 日本機械学会第 24 回計算力学講演会、10月 (2011).
- [2] T. Gotoh, S. Hatanaka and H. Miura, "Spectral compact difference hybrid computation of passive scalar in isotropic turbulence" J. Comp. Phys. (in press) (2012).