

テイラークエット乱流と高分子の相互作用

学籍番号 23413540 氏名 杉山 智哉

指導教員名 後藤 俊幸

1 はじめに

乱流中に高分子を加える事で、乱流と固体面との摩擦が減少する。この摩擦低減減少は、流体中の物体輸送や、配管内の流体輸送の効率向上のために実用化されている。高分子を添加する事で、乱流の特性にどのような影響を及ぼすかを十分に理解する事ができれば、それらの効果をより有効に活用できる事に繋がる。そこで本研究は、高分子が乱流に与える影響を調べるため、テイラークエット乱流を対象として直接数値シミュレーションを行い、高分子の濃度の違いによる内円筒壁におけるトルク \mathbf{T} と領域全体でのトルク \mathbf{G} の変化を解析する。

また、高分子の運動は 2 つのブラウン粒子が有限伸長性を持つ非線形弾性バネで繋がれたダンベルモデルを用いて計算する。

2 運動の記述

テイラークエット流れとは、同軸二重円筒間の流れである。そこで、流れの幾何学的形状に合わせた円筒座標系を用いて解析を行う。扱う基礎方程式は、Navier-Stokes 方程式(1)と、連続の式(2)である。

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \nabla \cdot \mathbf{T}^p \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

ここで、(1)式における $\nabla \cdot \mathbf{T}^p$ は、ポリマーストレステンソルで、

$$T_{ij}^p = \frac{\nu \eta}{\tau_s} \frac{L_{\text{box}}^3}{N_t} \sum_{n=1}^{N_t} \left[\frac{R_i^{(n)} R_j^{(n)}}{r_{\text{eq}}^2} f\left(\frac{\|\mathbf{R}\|}{L_{\text{max}}}\right) - \delta_{ij} \right] \delta(\mathbf{x} - \mathbf{r}_g^{(n)}) \quad (3)$$

$$f(z) = (1 - z^2)^{-1} \quad (4)$$

と表される。 $\eta = \Phi_V (3r_{\text{eq}}/4a)^2$, $r_{\text{eq}} = (k_b T/k)^{1/2}$,

$\Phi_V = 2N_t (4\pi/3)(a/L_{\text{box}})^3$ である。また、 $\mathbf{r}_g^{(n)}$ はダンベルモデルの重心ベクトル、 \mathbf{R} は末端間ベクトルである。

高分子の運動はダンベルモデルに近似すると、重心ベクトルの式は、

$$\frac{d\mathbf{r}_g^{(n)}}{dt} = \frac{1}{2} \left(\mathbf{u}(\mathbf{x}_1^{(n)}, t) + \mathbf{u}(\mathbf{x}_2^{(n)}, t) \right) + \frac{r_{\text{eq}}}{\sqrt{8\tau_s}} \left(\mathbf{W}_1^{(n)} + \mathbf{W}_2^{(n)} \right) \quad (5)$$

ここで、 $\mathbf{x}_i^{(n)}$, \mathbf{u} , r_{eq} , τ_s , $\mathbf{W}_i^{(n)}$ はそれぞれ、 n 番目の高分子の球 i ($i = 1, 2$) の位置ベクトル、速度、高分子の平衡長、緩和時間、球 i に働くランダム力を表す。また、末端間ベクトルの式は、

$$\frac{d\mathbf{R}^{(n)}}{dt} = \mathbf{u}(\mathbf{x}_1^{(n)}, t) - \mathbf{u}(\mathbf{x}_2^{(n)}, t) - \frac{1}{2\tau_s} f\left(\frac{\|\mathbf{R}\|}{L_{\text{max}}}\right) \mathbf{R}^{(n)} + \frac{r_{\text{eq}}}{\sqrt{2\tau_s}} \left(\mathbf{W}_1^{(n)} + \mathbf{W}_2^{(n)} \right) \quad (6)$$

となる。質量が十分に小さいとして慣性項を 0 と近似している。また、希薄な高分子溶液を想定しているために高分子間の相互作用を無視し、内部間の衝突は無いものとする。球の位置での流体場の速度 $\mathbf{u}(\mathbf{x}_i^{(n)}, t)$ は、ダンベルモデルの両端の球 i の位置における流体の速度の計算には 2 次のラグランジュ補間スキームを用いて求める。時間発展は上記の式(5), (6)を 2 次精度のオイラー法を用いて解いていく。

3 計算条件

二重円筒間の計算領域は、内円筒の半径を 5 , 外円筒の半径を 6 , 高さを 8 とし、この領域全体に均等に分布するようにランダムな向きの高分子モデルを配置した。本研究では、内円筒のみを各速度 Ω_i で回転させた。速度流体の計算には、MAC 法を用い、時間積分には 2 次のルンゲ・クッタ法を、ポアソン方程式には SOR 法を用いる。また、境界条件とし

内円筒半径 : r_i	5
外円筒半径 : r_o	6
円筒の高さ : H	8
レイノルズ数 : Re	1000~2000
格子点数 : (N_r, N_θ, N_z)	(64, 256, 128)
時間刻み幅 : Δt	1.0×10^{-3}
ワイゼンベルグ数 : Wi	10.0
体積分率 : Φ_V	50, 100ppm

表 1 : パラメータ

て軸方向に周期境界条件を課した。格子点数, 粒子数など計算に用いたパラメータを Table.1 に示す。この形状におけるレイノルズ数は, 代表長さを円筒間距離 d , 代表速度を内円筒の回転速度 $U = r_i \Omega_i$ を用いて,

$$Re = \frac{dU}{\nu} = \frac{(r_o - r_i)r_i \Omega_i}{\nu} \quad (7)$$

と表される。Wi はワイゼンベルグ数で,

$$Wi = \frac{\tau_s U}{d} \quad (8)$$

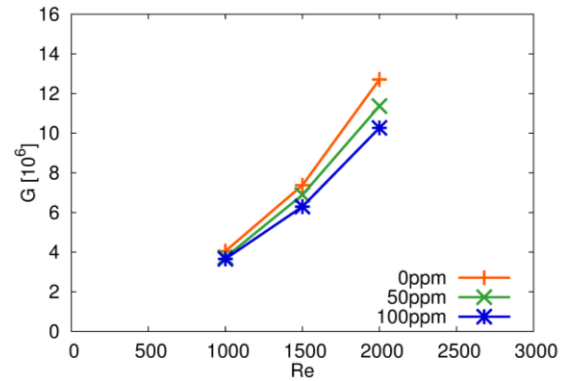
で定義され流体の粘性力と弾性力の比を表す。

4 結果

表 1 の条件の元, 次式を用いてグローバルトルク G を計算した結果を図 1 に示す。

$$G = Re^2 \int_{R_i}^{R_o} r^3 \left[\left\langle \frac{u_r u_\theta}{r} \right\rangle_{A,t} - \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial r} \left\langle \frac{u_\theta}{r} \right\rangle_{A,t} \right] dr \quad (9)$$

ここで, $\langle \rangle_{A,t}$ は時間と θz 面における面平均を表す。高分子の計算は, 定常状態となった流体場に高分子を入れて行った。図 1 は高分子を入れてから, 内円筒が 1 回転した後の結果である。高分子の濃度が高くなるにつれてトルク G は減少した。また, Re 数が高い方がその低減効果も高い。 $Re=1000$ の流れでは, 高分子の無い時に比べ, 50ppm では 7.6%, 100ppm では 9.6% のトルクの減少効果があった。 $Re=2000$ の流れに対しては, 高分子の無い時に比べ, 50ppm では 10.6%, 100ppm では 19.2% のトルクの減少効果があった。一方, 内円筒壁面でのトルクを計算したところ, 高分子を入れることにより, トルクは増加した。また, 高分子を添加することで同じ Re 数で流れはより対称になり, 乱流強度をさげ

図 1 : グローバルトルク G の高分子添加による変化

る効果が確認された。また, 高分子の伸びの分布を観察したところ, 円筒壁付近でよく引き伸ばされていた。この場所における高分子の向きを調べたところ, 主流方向 (u_θ 方向) を向く高分子が多いことが分かった。

5 まとめ

本計算において, テイラーケット乱流において, 高分子の添加により, グローバルトルク G が減少することが確認できた。一方, 内円筒壁面におけるトルクは増加した。高分子を添加することで同じ Re 数で流れはより対称になり, 乱流強度をさげる効果があった。

今後は, より高分子の濃度の高い状況や, 更にレイノルズ数の高い領域での計算を試みる。そのために, より滑らかなストレステンソル場を作ると同時に安定で高い精度の計算ができるようにコードを改良していく必要がある。

6 参考文献

- [1] T. Watanabe and T. Gotoh, preprint (2012)
- [2] Kazuyasu Sugiyama, Enrico Calzavarini, Detlef Lohse : Microbubbly drag reduction in Taylor-Couette flow in the wavy vortex regime, J. Fluid Mech. (2008)
- [3] Dennis Paulus Maria van Gils : Highly Turbulent Taylor-Couette Flow, University of Twente, P.O. Box 217, 7500 AE Enschede, the Netherlands (2011)
- [4] Eckhardt, B., Grossmann, S. and Detlef Lohse : Torque scaling in turbulent Taylor-Couette flow, J. Fluid Mech. (2007)