

## 平板に接近する渦輪によって誘起される流れ場の直接数値計算による解析

学籍番号 23413577 氏名 吉見 晃一

指導教員名 渡邊 威 准教授

## 1 はじめに

渦輪とは、渦線が円形状に閉じ、渦線が束になってできたドーナツ状の流れ場のことである。渦輪は自己誘起速度により自身の運動をより安定にでき、これが層流渦輪であった場合には渦輪内外の物質の交換が少ないため、渦核内に閉じ込められた物質を輸送する能力に長けている。

本研究では、渦輪が平板に接近、衝突する際に誘起される流れ場について、直接数値計算法を用いた解析を行った。渦輪が平板に衝突した後に起こる誘起渦輪の発生や挙動、渦輪自体の減衰や崩壊などの解析結果を得た。また過去の実験[1]と比較することで本計算との一致点や相違点の発見にもつながった。また、平板の固体境界面を領域内に作成するVolume Penalization (VP) 法 [2]の導入に取り組んだ。これにより研究室で開発してきたスペクトル法においての固体境界面の作成手順やVP 法のノウハウを習得した。

## 2 数値解析手法

本計算は直接数値計算法を用いて行い、平板はVP法を用いて図1の桃色部分のような平板になるよう作成する。一辺 $2\pi$ の周期境界条件に従う立方体を計算領域とし、初期渦輪の渦度分布を図1の中央にある青色の物体のように渦輪の形状になるよう設置した。それから作成された速度場および擾乱速度場を元に初期速度場を作り、Volume Penalization (VP) 項  $F_{vp}$ を加えた以下のNavier-Stokes (NS) 方程式を解いていく。

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_\eta \cdot \nabla\right) \mathbf{u}_\eta(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\rho} \nabla p_\eta(\mathbf{x}, t) + \nu \nabla^2 \mathbf{u}_\eta(\mathbf{x}, t) + \mathbf{F}_{vp}. \quad (1)$$

VP法については次章で解説する。空間微分は高速フーリエ変換を用いたスペクトル法、時間微分には二次Runge-Kutta法を用いる。また、MPI (Message Passing Interface) 通信による並列計算を用い、計算時間をできるだけ短縮することで、計算コストの

削減に繋げた。

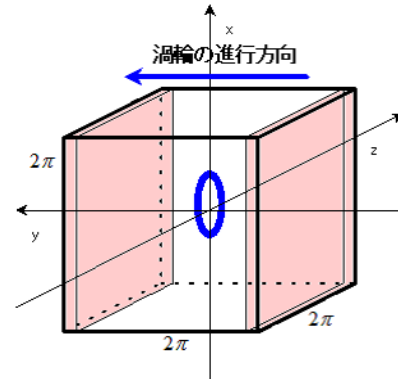


図1: 初期渦輪および平板の設置

## 3 Volume Penalization 法

VP法[2]とは流れ場の領域内に固体境界面を導入する際に使用される。VP法によって作成された固体境界面は浸透率 $\eta$ を持つ岩石やスポンジのような多孔質物体となる。VP項 $F_{vp}$ は式(2)、その要素である $\chi(\mathbf{x})$ は式(3)で与えられる。ここで $a$ は平板と流体の境界面の位置を表し、 $\epsilon$ は境界面の厚みを示す。 $\epsilon$ はGibbs現象対策として平板を僅かに斜めに設置するために用いた変数である。

$$\mathbf{F}_{vp} = -\frac{1}{\eta} \chi(\mathbf{x}) \mathbf{u}_\eta(\mathbf{x}, t). \quad (2)$$

$$\chi(y) = \begin{cases} 1 & (a + \epsilon \leq |y| \leq \pi), \\ 0 & (-a + \epsilon \leq y \leq a - \epsilon), \\ \frac{|y|}{2\epsilon} + \frac{1-a/\epsilon}{2} & (a - \epsilon \leq y \leq a + \epsilon). \end{cases} \quad (3)$$

## 4 計算条件

計算条件として各パラメータ値を以下のように設定した。格子数を $N^3 = 256^3$ 、時間刻み幅は $\Delta t = 2.0 \times 10^{-4}$ とし、格子幅を $\Delta x = 2\pi/N$ とした。また3章で述べた変数 $\epsilon, \eta, a$ については $\epsilon = \Delta x$ ,  $\eta = 3 \times \Delta t$ ,  $\pm a = \pi - 0.4$ と設定した。また、比較した実験[2]の条件として循環、動粘度、レイノルズ数がそれぞれ $\Gamma = 390$ ,  $\nu = 1.5 \times 10^{-1}$ ,  $Re = 2600$ と設定されており、本実験の条件をそれとできるだけ合わせるために $\Gamma = 6$ ,  $\nu = 2.4 \times 10^{-3}$ ,  $Re_\Gamma = 2500$ と設定してある。また渦輪半径は $R = 0.5, 0.8$ の二種類に設定した。

## 5 計算結果

まず渦輪半径を $R = 0.5$ としたときの渦度による渦輪の概形の可視化画像を図2に示す。図2は渦輪が平板に衝突した後、崩壊を始めた様子(拡大図)を示す。向かって左側の輪が主渦輪となり、右側は誘起渦輪が平板と垂直に後方へ流れていくために現れた渦度となる。渦輪の崩壊過程で主渦輪の周りにはフィンガー渦と呼ばれる縦渦を見ることができる。これは実験[1]でも同様に観察されており、この崩壊過程について詳しく調べていく。

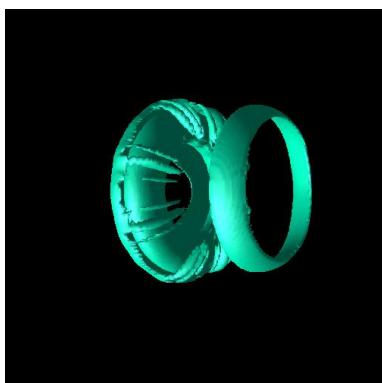


図 2: 渦輪の崩壊とフィンガー渦の発生( $t = 3.4$ )

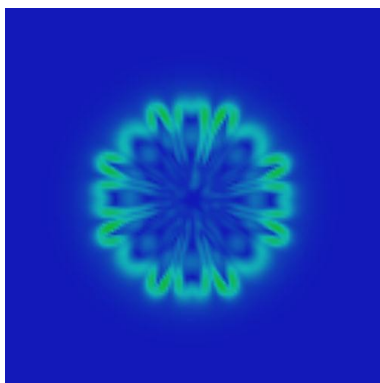


図 3:  $x-z$  面での断面による渦輪の可視化  
( $R = 0.5, t = 3.4$ )

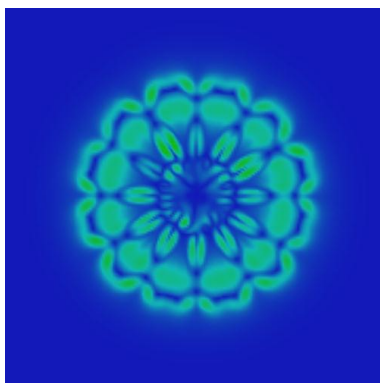


図 4:  $x-z$  面での断面による渦輪の可視化  
( $R = 0.8, t = 6.8$ )

次に $t = 3.4$  における $x-z$  面での渦度ベクトルの大きさ $|\omega|$ を図3に示す。実験[1]と比較すると波状変形の発生形態が一樣でなく、実験[1]では見られていた渦輪の中心部に存在しているはずの細かい渦度をはっきり識別することは不可能である。原因として解像度の向上を挙げ、渦輪半径を $R = 0.8$ に変更して計算を行った。 $R = 0.8, t = 6.8$  における $x-z$  面での渦度ベクトルの大きさ $|\omega|$ を図4に示す。 $R = 0.5$ と比較してみると明らかに渦輪の崩壊の様子がはっきり見られ、波状変形も一樣に起こっている様子が観察できる。さらに渦輪の内部には実験[1]の結果でも確認された、みかんの輪切りのような構造の渦度を確認することができた。これらのことから、解像度を増大させたことで実験[1]と定性的に似通った結果になったと判断した。

## 6 まとめ

本計算の目的として、VP法の妥当性の評価、渦輪と平板の相互作用の実験との比較の二点を挙げた。VP法の妥当性の評価については定性的、定量的の両面から評価して渦輪と平板の相互作用の計算に使用する最適なパラメータ決定に至った。渦輪と平板の相互作用の計算では渦輪の概形と断面の可視化画像から渦輪の主な挙動と変化を確認した。また、可視化画像から実験[1]でも確認されているフィンガー渦と呼ばれる縦渦も見られ、半径を大きくすることで渦輪の崩壊やフィンガー渦の様子をさらに詳しく解析した。

今後の展望として格子数を増大させたり格子を壁近くに寄せ、解像度をさらに増やすこと、渦輪の構造に注目したデータ解析に重点を置くこと、領域を平板で覆い、境界条件の影響をなくすことが挙げられる。

## 7 参考文献

- [1]. 内藤隆他, 渦輪が平板に垂直に接近する流れ場に現れる縦渦, ながれ16 (1997), 344-354.
- [2]. N. K.-R. Kevlahan and J.-M. Ghidaglia, Computation of turbulent flow past an array of cylinders using a spectral method with Brinkman penalization, Eur. J. Mech. B - Fluids 20 (2001) 333—350.s