計算システム工学分野

偏角の原理を用いたプラントモデル摂動の上界評価法の提案

学籍番号 23413562 氏名　本田　恵理

指導教員名　米谷　昭彦

1　はじめに

システム同定によって得られる制御対象の公称モデルは，ノイズやモデル構造の限界等により制御対象の動特性を完全には記述することができない．この制御対象と公称モデルとの差である摂動を許容する制御手法にロバスト制御法がある．ロバスト制御系を設計するためには公称モデルに加え，摂動の周波数応答の上界である重み関数も同時に推定する必要がある．設計されるロバスト制御系の制御性能と安定性は，この重み関数に依存すると同時に互いにトレードオフの関係にあるため，これまでは安定性重視の保守的な重み関数の選択がなされてきた．

そこで本論文では，適切な重み関数が選択されているかという問題を「仮想システムの安定判別問題」に置き換えて取り扱い，この安定判別部分において，偏角の原理を用いた摂動上界推定法を提案することで重み関数の選定時における保守性の問題に対しアプローチを行う．安定判別に偏角の原理を用いることで，安定判別の評価指標である周回積分値は安定の条件下では 0 と決まるのに加え，不安定の条件下でも整数値を取るため，仮想システムの安定限界を厳密に知ることができ，より保守性の少ない重み関数を選択することが期待できる．

2　問題提起とアプローチ

安定性が保証されるロバスト制御系を設計するには公称モデルに加え，摂動範囲に適した重み関数の選択が必要である．つまり，摂動を $\Delta[z]$，重み関数を $W[z]$ としたとき，1入出力系の場合,

$$\left|\Delta\left[e^{j\omega T}\right]\right| \le \left|W\left[e^{j\omega T}\right]\right| \quad {}^\forall\omega \tag{1}$$

が成り立っている必要がある．この式を ∞ ノルムを用いて書き直すと,

$$\left\| W^{-1}[z]\Delta[z]\right\|_\infty < 1 \tag{2}$$

となる．ここで問題となるのは，摂動の大きさをどう見積もるかである．これは直接制御系の安定性と制御性能に関わるがトレードオフの関係にあるため,一般に安定性を重視し過大に評価せざるを得ない．

この問題に対し, 文献[1]では公称モデルと重み関数が与えられたとき, 式(2)が成立しているか判定する問題を仮想システムの安定判別問題に変換している．この方法を利用することができれば，従来の保守的な選択を回避することが可能となり，それに伴う制御性能の向上が期待できる．

仮想システムの安定判別問題

次のようなシステム $P[z]$ を考える．ただし，一巡伝達関数 $H[z]W^{-1}[z]\Delta[z]$ は厳密にプロパーであるとする．また $H[z]$ はオールパスフィルタである．

$$P[z] = \frac{1}{1 + H[z]W^{-1}[z]\Delta[z]} \tag{3}$$

式(2)が成り立つことの必要十分条件は任意のオールパスフィルタ $H[z]$ に対してシステム $P[z]$ が安定であることである．

この仮想システムの安定判別の精度が得られる重み関数の保守性に大きく関わってくる. 本研究では, この仮想システムの安定判別をより厳密に行うことで摂動の大きさをより厳密に求めることを試みる．

3　提案方法

文献[1]での評価法では, 評価指標となる周回積分値が安定条件下でも値を有し，安定領域と不安定領域間で緩やかに積分値が変化するため，厳密に安定限界を知ることが出来ないという問題があった．そこで本研究では，仮想システムの安定判別に偏角の原理を用いた摂動上界評価法を提案する．偏角の原理を用いると，安定条件下での周回積分値は 0 と決まるため，厳密に安定判別を行うことができる．

定理 1：偏角の原理

関数 $f[z]$ が高々有限個の極以外では閉曲線 C の上とその内部で解析的であるものとする．さらに $f[z] \neq 0$ が C 上で成立するものとする．このとき,

$$\frac{1}{2\pi j}\oint_C \frac{f'[z]}{f[z]} dz = Z - P \tag{4}$$

が成り立つ．ここで，Z, P はそれぞれ閉曲線 C 内にある $f[z]$ の零点および極の総個数である．

式(3)の仮想システム $P[z]$ において，その零点は一巡伝達関数 $H[z]W^{-1}[z]\Delta[z]$ の極と同値である．$H[z]$，$W^{-1}[z]$，$\Delta[z]$ はそれぞれ安定であるので一巡伝達関数も安定となり，$P[z]$ の零点はすべて単位円内に存在することとなる．よって，$P[z]$ が安定である場合，極と零点はすべて単位円内に存在する．

いま，$P[z]$ を単位円を正の向きに 1 周する曲線を積分路として式(4)のように線積分を行う場合を考える．定理 1 よりその解は（単位円内に含まれる零点の総個数）－（単位円内に含まれる極の総個数）となる．ここで，$P[z]$ において $z^{-1}=z$ とおいた $P_2[z]$ を考える．z 平面で単位円に囲まれる領域は z^{-1} 平面の単位円外の領域と等価である．つまり，$P[z]$ が安定で極と零点がすべて単位円内に存在する場合，$P_2[z]$ の極と零点はすべて単位円外に存在することとなり，$P_2[z]$ に対し式(4)を適用するとその解は 0 となることがわかる．よって，本論文では以下のような摂動上界評価法を提案する．

提案法

仮想システム $P[z]$ において $z^{-1}=z$ とおいた関数 $P_2[z]$ に対し式(4)を計算し，これが 0 以外の値を持つとき不安定，0 となるとき安定と判別する．ただし，C は正の向きを持つ単位円とし，$P_2[z]$ は単位円上に極を持たないシステムとする．

4 数値例

$P[z]$ に対し，偏角の原理を用いた摂動上界評価法による安定判別法を適用しノイズフリーの条件下でシミュレーションにより検証を行った．図1に周回積分値を示す．横軸は $\|W^{-1}[z]\Delta[z]\|_\infty$ の値，縦軸は周回積分値を示す．横軸 $\|W^{-1}[z]\Delta[z]\|_\infty = 1$ 以下の安定領域で積分値は 0 となり，提案法により安定判別が可能であることがわかる．

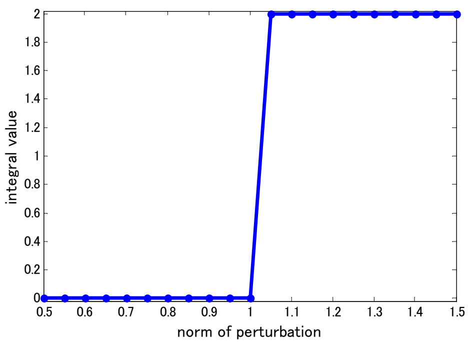

図1　ノイズフリー下での提案法による周回積分値

また評価指標となる周回積分値が整数で変化するため，安定領域と不安定領域の境界が明確となる．

また，制御対象の制御量におけるS/N比と判別精度に関する検証も行った．その結果，安定判別の精度は仮想システム $P[z]$ の入力信号のS/N比によって決まることがわかった．入力信号のS/N比が20[dB]程度までであれば15%ほど保守的にはなるが，提案法により保守性の少ない摂動上界を推定することができる．

5 摂動上界関数の推定

提案法を重み関数に対し用いることで，安定限界となる重み関数をその形も含めて計算し，摂動の周波数応答の上界を推定する方法を提案する．

定数型，ローパスフィルタ型，ハイパスフィルタ型の3種類の重み関数を用意し，パラメータを変更しながらそれぞれの重み関数に対し摂動上界を探る．それぞれ推定された重み関数を合成し，摂動上界関数とする．摂動をバンドパスフィルタ型と仮定した場合，図2の結果が得られた．すべての周波数において式(1)の条件が満たされており，保守性の少ない重み関数が正しく見積もられている．

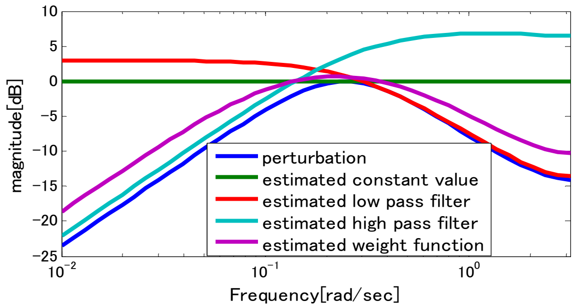

図2　摂動上界推定結果

6 まとめ

本論文では，仮想システムの安定判別において，偏角の原理を用いた摂動上界推定法を用いることで，保守性の少ない摂動上界を推定できることを示した．制御対象のS/N比に対しては制約があるものの，ロバスト制御系設計時に提案法を用いることで，重み関数の選択における保守性の大幅な低減，すなわち制御性能の大幅な向上が期待できる．

7 参考文献

[1]小林　央幸“ロバスト制御のための同定における保守性の低減”名古屋工業大学修士論文　平成 14 年